CFA LEVEL I · 2026 · VOLUME 6

LEARNING MODULE 6 V.1

Бондын үнэлгээ: Үнэ ба өгөөж

Fixed-Income Bond Valuation: Prices and Yields

Гурван Сурах Үр Дүн · Бодит дасгал бодлого · Бүрэн томьёоны лавлах · Нийт 12 нэрлэсэн жишээ

CFA AI CURRICULUM

Агуулга

Бонд яагаад үнэлэх ёстой вэ

Бондын үнэлгээ нь discounted cash flow шинжилгээний нэг хэрэглээ юм. Шинжээч бондын ирээдүйд хүлээн авах купон ба үндсэн төлбөрүүдийг өнөөгийн утгад хөрвүүлэхэд дисконт хүү гэх **зах зээлийн шаардлагатай өгөөж**-ийг ашигладаг. Тиймээс бонд бүр нэг үндсэн нэрэлсэн утгатай (par value) ч зах зээл дээрх үнэ нь дисконт хүүний түвшнээс хамаарч өөрчлөгддөг.

Бондын үнэ ба бүх ирээдүйн мөнгөн урсгалыг ашиглан тооцсон **дотоод өгөөж (IRR)** бол яг тэр нэг утга — yield-to-maturity (YTM). YTM нь үнэлгээний болон шинжилгээний чухал хэмжүүр болохын зэрэгцээ "хэрэв бонд эзэмшигч маань хугацаа дуустал бондыг барьж, эмитент бүх төлбөрөө хийж, купонуудыг нь яг ижил YTM-аар дахин хөрөнгө оруулбал" гэсэн нөхцөл биелэх үед эзэмшигчийн авах өгөөжийн түвшинтэй тэнцэх онцлогтой.

Энэ модуль танд юу заах вэ

- ► **Бондын үнэ тооцох** — купоны өдрөөр болон хооронд PV функцээр.
- ► **Дисконт, par, premium** — бондын үнэ ба нэрэлсэн утгын харьцаа.
- ► **Yield-to-maturity (YTM)** — IRR-ийн утга, түүний биелэх 3 нөхцөл.
- ► **Flat price, accrued interest, full price** — купон хооронд яг хэрхэн хуваагдах вэ.
- ► **Day count конвенциуд** — 30/360 ба actual/actual ялгаа.
- ► **Үнэ ↔ YTM-ийн хамаарал** — урвуу, convex, купон ба хугацааны нөлөө.
- ► **Matrix pricing** — идэвхгүй худалдаалагддаг бондын үнийг хэрхэн тооцох вэ.

ГОЛ САНАА

- **PV = ΣPMT/(1+r)^t + FV/(1+r)^N** — бондын үнэ нь discounted cash flow.
- **PMT = r ⇒ үнэ = par; PMT < r ⇒ дисконт; PMT > r ⇒ premium.**
- **YTM ↔ үнэ урвуу хамааралтай** — YTM өсөхөд үнэ буурна, эсрэгээр.
- **Full price = Flat price + Accrued interest** — худалдан авагч full price-ыг төлдөг ч quote нь flat price.
- **Бага купон, урт хугацаа** — YTM-ийн өөрчлөлтөд илүү мэдрэг.
- **Pull-to-par** — хугацаа дуусахын хэрээр бондын үнэ par руу шилжинэ.

Энэ модулийн дотор бид

3	12	9

СУРАХ ҮР ДҮН

НЭРЛЭСЭН ЖИШЭЭ

ДАСГАЛ + ШИЙДЭЛ

- 5 жилийн BRWA автомашины бондыг 3 өөр зах зээлийн дисконт хүүгээр (1.2%, 1.6%, 2.0%) үнэлж дисконт, par, premium гурван төлвийг харуулна.
- Хятадын БНХАУ-ын анхны негатив өгөөжтэй euro бондыг (–0.15% YTM) тооцоолж зах зээлийн нөхцөлд хэрхэн борлуулагдсаныг шинжилнэ.
- Румыны 4.625% жилийн купонтой 2049 онд дуусах euro бондыг 15 декабрийн 2031 онд 3.50% YTM-аар settle хийхэд PV_{Full} = 117.635, AI = 3.235, PV_{Flat} = 114.400 гэдгийг алхам алхмаар бодно.
- 30 жилийн ба 10 жилийн 1.5% купонтой бондуудын YTM 100 bps өөрчлөгдөхөд үнийн өөрчлөлт –20.93% vs –8.75% болохыг харьцуулж хугацааны нөлөөг харуулна.
- 3 жилийн 4% купонтой Bond X-ийг 4 идэвхтэй худалдаалагддаг bondуудын дунджаас линеар интерполяцаар YTM = 3.932%, үнэ = 100.191 гэж тогтооно.

1 Бондын үнийг YTM-ээр тооцох

calculate a bond's price given a yield-to-maturity on or between coupon dates

1A. Зах зээлийн дисконт хүү ба үнэ

Бондыг анхлан гаргахад түүний зах зээл дээрх үнэ нь ирээдүйд төлөгдөх купонууд болон үндсэн төлбөрийн **өнөөгийн утгын** нийлбэртэй тэнцүү байдаг. Энэхүү өнөөгийн утгыг тооцоход ашиглах дисконт хүү нь **зах зээлийн дисконт хүү** (market discount rate) — өөрөөр *required yield* буюу *required rate of return* ч гэж нэрлэгддэг — бөгөөд хөрөнгө оруулагчдын тухайн бондын эрсдэлд тохирсон шаардаж буй өгөөжийн түвшнийг илэрхийлдэг.

Купон бүрийн өнөөгийн утгыг доорхи time-value-of-money томьёогоор тооцно:

EQ. 1 · КУПОНЫ ӨНӨӨГИЙН УТГА

$$PV(\text{Bond coupon}) = \frac{PMT_t}{(1+r)^t}$$

PMT_t — t хугацааны дараа төлөгдөх купон төлбөр

r — нэг хугацааны зах зээлийн дисконт хүү

t — өнөөдрөөс тооцсон төлбөрийн дугаар (хугацаа)

Энэ томьёог бүх купон ба нэрлэсэн утгад нийлбэрлэвэл бондын ерөнхий үнэлгээний томьёо гарна:

EQ. 2 · БОНДЫН ҮНЭ (КУПОНЫ ӨДӨР)

$$PV = \frac{PMT_1}{(1+r)^1} + \frac{PMT_2}{(1+r)^2} + \cdots + \frac{PMT_N + FV_N}{(1+r)^N}$$

FV — бондын нэрлэсэн (par) утга, ихэнхдээ 100

N — нийт хугацааны (period) тоо

PMT_i — i-р периодын купон төлбөр

Семианнуал бондын хувьд r нь жилийн купон хүү / 2, N нь жилийн тоо × 2.

1Б. Дисконт, par, premium бондууд

Бондын **купон хүү** (PMT/FV) ба зах зээлийн **дисконт хүү** r-ийн харьцаа нь үнийн төлвийг тодорхойлно:

Үнийн төлөв	Үнэ vs нэрлэсэн утга	Купон vs дисконт хүү
Par	$PV = FV$	$PMT = r$
Discount	$PV < FV$	$PMT < r$
Premium	$PV > FV$	$PMT > r$

Купон зах зээлийн хүүгээс *бага* бол бонд "дутуу" төлбөр төлж буй учир хөрөнгө оруулагч par-аас бага үнэ төлөхөд л зөвшөөрөх болно. Эсрэгээр, купон дисконт хүүгээс *илүү* бол бонд "илүү" төлбөр төлж байгаа тул premium-аар зарагдана.

ЖИШЭЭ 1 · BRWA — PAR, ДИСКОНТ, PREMIUM

Нөхцөл: Bright Wheels Automotive (BRWA) — 5 жилийн хугацаатай, семианнуал купон 1.6% (жилийн 3.2%), нэрэлсэн утга 100. Гурван өөр зах зээлийн дисконт хүү дээр үнийг тооцоё.

r (period)	r (annual)	Үнэ	Төлөв
1.2%	2.4%	103.75	Premium
1.6%	3.2%	100.00	Par
2.0%	4.0%	96.41	Discount

ТАЙЛБАР

$r = 2\%$-д: $PV = \sum_{t=1}^{10} 1.6/(1.02)^t + 100/(1.02)^{10} = 96.41$. Купон $1.6 < r = 2$ учир дисконт. $r = 1.2\%$-д: купон $1.6 > r = 1.2$ — premium. Excel-ийн PV функц: `=-PV(0.02,10,1.6,100,0) = 96.41`.

EXCEL ШУУД ФУНКЦ

- `=-PV(rate, nper, pmt, FV, type)` — купоны өдөр дээрх үнэ.
- `=PRICE(settlement, maturity, rate, yield, redemption, frequency, [basis])` — flat price.
- `=YIELD(settlement, maturity, rate, pr, redemption, frequency, [basis])` — YTM.
- `=IRR(...)` — мөнгөн урсгалуудаас IRR гаргана; YTM IRR юм.

1B. Yield-to-maturity (YTM)

Хэрэв бондын зах зээлийн үнэ ажиглагдаж буй бол Eq. 2-той нь шугам нь YTM-ийг тооцох арга болж хувирна. **Yield-to-maturity** гэдэг бол бондын ирээдүйн мөнгөн урсгалуудыг өнөөгийн утгад хөрвүүлэхэд тэдгээрийн нийлбэр зах зээлийн үнэтэй тэнцэх *цорын ганц* дисконт хүү — бондын **internal rate of return (IRR)** юм. Энэ бол ажиглагдсан, бодит зах зээлийн орчин дахь implied дисконт хүү.

Бонд эзэмшигчийн авах бодит өгөөж нь YTM-тай тэнцэх нь дараах **гурван нөхцөл** зэрэг биелэх ёстой:

- Хөрөнгө оруулагч бондыг **хугацаа дуустал барина** (hold to maturity).
- Эмитент бүх купон ба үндсэн төлбөрөө **хугацаандаа бүрэн** хийнэ (no default).
- Хүлээн авсан купон бүрийг **яг тэр YTM-аар дахин хөрөнгө оруулах** (reinvestment).

Энэ гурван нөхцлийн аль нэг нь зөрчигдвөл бодит өгөөж YTM-аас хазайна. Иймээс YTM нь "*амласан өгөөж*" — promised yield хэмээн нэрлэгддэг.

ЖИШЭЭ 2 · BRWA-ЫН YTM-Г ҮНЭЭС ТООЦОХ

Нөхцөл: 5 жилийн BRWA бонд (3.2% жилийн купон, семианнуал) 108.15-аар арилжаалагдаж буй. Settlement = 15-Oct-2025, Maturity = 15-Oct-2030.

YTM-ийг олохын тулд r-ийг доорх тэгшитгэлээс олно:

$$108.15 = \sum_{t=1}^{10} \frac{1.6}{(1+r)^t} + \frac{100}{(1+r)^{10}}$$

ШИЙДЭЛ

Excel-ийн YIELD функц: =`YIELD(DATE(2025,10,15), DATE(2030,10,15), 1.6%, 108.15, 100, 2, 0) = 1.50%`. Үнэ par-аас дээгүүр (premium) учир YTM купоны хүүгээс бага байна.

АНХААР — NEGATIVE YTM

Зарим бондын YTM эерэг ч, тэг ч, сөрөг ч байж болно. 2012 оноос эхлэн төв банкуудын *тохирох мөнгөний бодлого*-той холбоотойгоор Европ, Япон, Швейцарийн зарим засгийн газрын бондууд сөрөг өгөөжтэй болсон. Шинээр гарсан тэг купонтой бондыг par-аас дээгүүр үнээр гаргавал YTM нь сөрөг байна.

ЖИШЭЭ 3 · БНХАУ-ЫН АНХНЫ НЕГАТИВ YTM-ТЭЙ EURO БОНД

Нөхцөл: 2020 оны 11 сард БНХАУ анх удаа сөрөг өгөөжтэй euro бонд гаргасан: тэг купон, 5 жил, EUR 750 сая, гарсан үнэ 100.763.

$$PV = \frac{FV}{(1+r)^N} \Rightarrow 100.763 = \frac{100}{(1+r)^5}$$

$$r = \left(\frac{100}{100.763}\right)^{1/5} - 1$$

ШИЙДЭЛ

$r = (0.99243)^{0.2} - 1 = -0.00152 = \mathbf{-0.15\%}$. Энэ үед 5 жилийн Германы bund нь ойролцоогоор –0.74% байсан тул БНХАУ-ын бонд spread нь +59 bps хирхэн өндөр байж тушлийн объект болсон. Excel-ийн YIELD функц нь тэг купонтой бондод ажиллахгүй учир Eq. 1-ийг шууд ашиглана.

YTM ↔ ДИСКОНТ ХҮҮ — НЭГ УТГА

Зах зээлд "yields are rising" гэвэл "market discount rates are rising" буюу "bond prices are falling" гэсэнтэй адил утгатай. Эдгээр гурван илэрхийлэл нь нэг үзэгдлийг өөр өөр өнцгөөс харсан гурван илэрхийлэл юм.

1Г. Купоны өдрийн хооронд ямар бол хэрэг гардаг вэ

Бонд нь зөвхөн купоны өдрөөр арилжаалагдвал Eq. 2 хангалттай байх ч, бодит ертөнцөд бонд купоны өдрүүдийн *хооронд* л арилжаалагддаг. Тийм үед үнийг хоёр хэсэгт хуваана:

EQ. 3 · FULL PRICE = FLAT PRICE + ACCRUED INTEREST

$$PV_{Full} = PV_{Flat} + AI$$

PV_{Full} — бодитоор худалдан авагч төлдөг үнэ ("dirty" price, "invoice" price ч гэдэг)
PV_{Flat} — bond дилерийн зарласан "цэвэр" (clean) үнэ
AI — өмнөх купоны өдрөөс хойш хуримтлагдсан хүү ("accrued interest")

Дилерийн зарлаж буй **flat price** нь YTM өөрчлөгдөөгүй ч өдөр бүр өсч харагдах асуудлыг арилгана: хэрэв бодит full price-ыг зарлаж байсан бол өдөр бүр accrued interest-ийн хэрээр үнэ дээшилж, дараа нь купон төлсний дараа гэнэт уначихсан мэт харагдана. Flat price нь энэ бичил хэлбэлзлийг бүлгэж зөвхөн YTM-ийн өөрчлөлтөд хариу үзүүлдэг.

EQ. 4 · ACCRUED INTEREST

$$AI = \frac{t}{T} \times PMT$$

t — өмнөх купоны өдрөөс settlement өдөр хүртэл өнгөрсөн хоногийн тоо
T — нэг купоны хугацааны нийт хоногийн тоо
t/T — купоны хугацааны өнгөрсөн хувь
PMT — нэг купоны төлбөр
Анхаар: AI нь YTM-аас хамаардаггүй — зөвхөн flat price нь хүүний өөрчлөлтөд мэдрэг.

Full price-ыг settlement өдөр дээр шууд тооцохын тулд купоны өдөр хооронд тохиолдох тохиолдолд Eq. 5 буюу хялбаршуулсан Eq. 6-ыг ашиглана:

EQ. 5 / EQ. 6 · FULL PRICE (ХООРОНД)

$$PV_{Full} = \frac{PMT}{(1+r)^{1-t/T}} + \frac{PMT}{(1+r)^{2-t/T}} + \cdots + \frac{PMT + FV}{(1+r)^{N-t/T}}$$

$$\boxed{PV_{Full} = PV \times (1+r)^{t/T}}$$

PV — өмнөх купоны өдөр дээрх Eq. 2 томьёогоор тооцсон үнэ.
N — settlement өдрөөс эхлэн авч үзэхэд бондод үлдсэн купоны тоо.
Eq. 6 нь Excel-ийн PV функцээр PV-г шууд гаргаад, дараа нь $(1+r)^{t/T}$-аар үржүүлэх боломжтой үед хялбар.

ЖИШЭЭ 4 · BRWA — FLAT БА FULL PRICE

Нөхцөл: 3.2% BRWA бонд эхний купон төлсний дараа 90 хоногийн дараа settle хийгдэж буй. $r = 2\%$ (period), $PMT = 1.6$, үлдсэн купоны тоо $N = 9$.

1. Өмнөх купоны өдөр дээрх PV: `=-PV(0.02, 9, 1.6, 100, 0) = 96.735`
2. $t = 90$, $T = 180$
3. $PV_{Full} = 96.735 \times (1.02)^{90/180} = 96.735 \times 1.00995 = 97.698$
4. $AI = (90/180) \times 1.6 = 0.80$
5. $PV_{Flat} = 97.698 - 0.80 = 96.898$

ЖИШЭЭ 5 · РУМЫН EURO БОНД (ACTUAL/ACTUAL)

Нөхцөл: 4.625% жилийн купон, EUR, actual/actual, дуусах хугацаа 3-Apr-2049, settle = 15-Dec-2031, YTM = 3.50%. $N = 18$ үлдсэн купонтой.

Алхам	Тооцоо	Үр дүн
1	PV = `-PV(0.035, 18, 4.625, 100, 0)`	114.838
2	t — 3-Apr-2031-аас 15-Dec-2031: 27+30×3+31×4+15	256 хоног
3	T — 3-Apr-2031-аас 3-Apr-2032 (2032 leap year)	366 хоног
4	$PV_{Full} = 114.838 \times (1.035)^{256/366}$	117.635
5	$AI = (256/366) \times 4.625$	3.235
6	$PV_{Flat} = 117.635 - 3.235$	**114.400**

ТЭМДЭГЛЭЛ

2032 он leap жил тул нэг купоны хугацаанд 366 хоног багтсан. Худалдан авагч seller-д **117.635** төлж, дилер нь quote дээр **114.400** гэж зарласан.

1Д. Өдрийг тоолох конвенциуд

Купон хооронд t ба T-ыг хэрхэн тоолох вэ гэдэг нь нэг асуудал. Зах зээлд хэд хэдэн төрлийн "day count" конвенци байдаг ба үндсэн хоёр нь:

- **30/360** — сар бүрд яг 30 хоног, жилд яг 360 хоног гэж тооцно. Корпорацийн бондод түгээмэл (АНУ-д).
- **Actual/actual** — бодит хоногууд (амралт, leap өдөр гэх мэт бүгдийг). Засгийн газрын бондод түгээмэл (АНУ, UK, Eurobond).

ЖИШЭЭ 6 · ACTUAL/ACTUAL БА 30/360 ЯЛГАА

Нөхцөл: Хоёр ижил бонд жилийн 4.375% семианнуал купон төлдөг (купон 2.1875), 15-May ба 15-Nov-д. Нэг нь засгийн газрын actual/actual, нөгөө нь корпорацийн 30/360. Settlement = 27-Jun.

	Actual/actual	30/360
t (хоног)	43	42
T (хоног)	184	180
t/T	0.233696	0.233333
AI	$(43/184) \times 2.1875 = 0.5112$	$(42/180) \times 2.1875 = 0.5104$

ТАЙЛБАР

30/360-д 5-р сард 31-р нь тоологдохгүй (15-May-аас 30-May = 15 хоног + 1-Jun-аас 27-Jun = 27 хоног = 42 хоног). Actual/actual-д 31-May тоологдоно (15-May-аас 31-May = 16 + 1-Jun-аас 30-Jun = 30 + 1-Jul-аас 27-Jun = ...) гэж бодит хоногоор. Үр дүн нь маш ойролцоо ч яг адил биш.

ЖИШЭЭ 7 · 12% КУПОНТОЙ БОНД — ACTUAL/ACTUAL БА 30/360

Нөхцөл: Жилийн 12% купонтой, 14-Aug-2007 дуусах, FV = 100. Settlement = 23-Dec-2002, YTM = 9.75%. Үлдсэн купоны тоо $N = 5$.

Алхам 1: `=-PV(0.0975, 5, 12, 100, 0) = 108.584` — 14-Aug-2002 дээрх PV.

	Actual/actual	30/360
t — 14-Aug-аас 23-Dec	17+30+31+30+23 = **131**	16+30+30+30+23 = **129**
T	**365**	**360**
$PV_{Full} = 108.584 \times (1.0975)^{t/T}$	112.271	112.265
$AI = (t/T) \times 12$	4.307	4.300
PV_{Flat}	**107.964**	**107.965**

ТЭМДЭГЛЭЛ

Хоёр конвенци бараг адилхан үр дүн өгсөн. Илүү урт хугацаатай бонд эсвэл leap year-ын зөрүү байх үед ялгаа илүү харагддаг. Шинжээч *аль* конвенцийг хэрэглэж буй гэдгийг бондын prospectus-д хайж олох ёстой.

КОНВЕНЦИУДЫН ЕРӨНХИЙ ХУУЛЬ

- **30/360** — АНУ корпорацийн бонд, агентлагийн бонд (FNMA, GNMA), MBS-ийн ихэнх.
- **Actual/actual** — АНУ Treasury, ихэнх засгийн газрын бонд, ихэнх Eurobond.
- **Actual/360** — Money market хэрэгслүүд (T-bill, CP, LIBOR-based loans).
- **Actual/365** — Зарим UK gilt, Канад болон бусад Commonwealth orons.

LOS 1 — Бондын үнэ ба YTM-ийн дасгал

ДАСГАЛ БОДЛОГО · LOS 1

Бодлого 1. Корпорацийн бонд 1-Jan-2035-д дуусах, жилийн 3.25% семианнуал купон, FV = 100, зах зээлийн дисконт хүү 4.0%. 1-Jan-2030 дээр settle хийхэд (30/360 day count), бондын үнэ нэрлэсэн утгын хэдэн хувь нь байх вэ?

A. 96.632 B. 96.661 C. 103.436

ШИЙДЭЛ — ХАРИУЛТ A

5 жил × 2 = 10 период. Купон $PMT = 3.25/2 = 1.625$, период $r = 4\%/2 = 2\%$.

$$PV = \sum_{t=1}^{10} \frac{1.625}{(1.02)^t} + \frac{100}{(1.02)^{10}}$$

Excel: `=-PV(0.02, 10, 1.625, 100, 0) = 96.632`. Купон (3.25%) дисконт хүүгээс (4%) бага учир бонд дисконттой үнэлэгдэв.

Бодлого 2. Бонд эзэмшигчийн авах өгөөж YTM-тай тэнцэхийн тулд дараахаас аль нэг нь **биелэх ёсгүй** вэ?

A. Бондыг хугацаа дуустал барина B. Эмитент нэг купоны төлбөрөө л хийхгүй байсан байж болно C. Купонуудыг ижил YTM-аар дахин хөрөнгө оруулсан

ШИЙДЭЛ — ХАРИУЛТ B

YTM нь "promised yield" — эмитент *бүх* купон ба үндсэн төлбөрийг бүрэн хийсэн нөхцөлд биелдэг. Нэг ч купон төлсөн биш бол эзэмшигчийн өгөөж YTM-аас бага байна. A ба C нь чухал нөхцөл — бондыг эрт зарвал реализованный өгөөж YTM-аас зөрнө, реинвестмент-ийн хүү өөр бол ч ялгаатай.

Бодлого 3. 3 жилийн засгийн газрын бонд 1-Jan-2030 гарсан, жилийн 1.5% семианнуал купон (30-Jun, 31-Dec), FV = 100, дисконт хүү 2.0%. Actual/actual day count, settlement = 29-Aug-2031. Flat price хамгийн ойр нь юу вэ?

A. 99.343 B. 99.587 C. 99.832

ШИЙДЭЛ — ХАРИУЛТ A

$PMT = 0.75$, period $r = 1\%$, t = 60 хоног (30-Jun-аас 29-Aug), T = 184 хоног, $N = 3$ үлдсэн купон.

$$PV_{Full} = \frac{0.75}{(1.01)^{1-60/184}} + \frac{0.75}{(1.01)^{2-60/184}} + \frac{100.75}{(1.01)^{3-60/184}} = 99.587$$

$$AI = \frac{60}{184} \times 0.75 = 0.245$$

$$PV_{Flat} = 99.587 - 0.245 = \mathbf{99.343}$$

Excel-ийн PRICE функц: `=PRICE(DATE(2031,8,29), DATE(2032,12,31), 0.015, 0.02, 100, 2) = 99.343` — flat price-ыг шууд гаргана. B нь full price, C буруу.

2 Үнэ × купон × хугацаа × YTM хамаарал

identify the relationships among a bond's price, coupon rate, maturity, and yield-to-maturity

2А. Урвуу хамаарал — yield өсөхөд үнэ буурна

Бондын мөнгөн урсгал тогтмол, иймд time-value-of-money-ийн ерөнхий хууль шууд хэрэгжинэ: **дисконт хүү өсөхөд өнөөгийн утга буурна**. Энэ нь Eq. 2-ийн хуваарь $(1+r)^t$-ийг өсгөхтэй ижил утгатай. Тиймээс бондын YTM ↔ үнэ хоёрын хооронд **урвуу** (inverse) хамаарал бий — энэ модулийн хамгийн чухал нэг ойлголт.

ҮНДСЭН ДӨРВӨН ДҮРЭМ

- YTM өснө → үнэ **буурна** (урвуу).
- Купон бага → YTM-ийн өөрчлөлтөд **илүү мэдрэг**.
- Хугацаа урт → YTM-ийн өөрчлөлтөд **илүү мэдрэг** (бараг үргэлж).
- Үнэ ↔ YTM хамаарал нь шугаман *биш*, харин **convex**.

2Б. Купоны нөлөө

Ижил хугацаатай хоёр бонд гэхэд, аль нь YTM-ийн өөрчлөлтөд илүү мэдрэг вэ? Хариулт: **купон бага байх тусам**. Учир нь купон бага бондын мөнгөн урсгалын илүү их хувь сүүлийн үндсэн төлбөрт төвлөрдөг бөгөөд тэрхүү алс ирээдүйн төлбөрийн PV нь $(1+r)^N$-ээр их хүчтэй дискантлагдан, r-ийн өөрчлөлтөд илүү мэдрэг болдог.

Купоны нөлөөг хамгийн тод харуулахад **тэг купонтой** бонд ба купонтой бондыг харьцуулдаг. Тэг купонтой бондын 100% мөнгөн урсгал нь дуусахад л төлөгддөг тул YTM-ийн өөрчлөлтөд хамгийн их үнийн өөрчлөлт үзүүлдэг.

ЖИШЭЭ 8 · ТЭГ КУПОНТОЙ VS КУПОНТОЙ БОНД

Нөхцөл: 30 жилийн Румын euro бонд (1) 4.625% жилийн купонтой par-аар, (2) тэг купонтой YTM = 4.625% (par = 100). YTM ±100 bps хөдөлгөвөл үнэ ямар өөрчлөгдөх вэ?

YTM өөрчлөлт	Шинэ YTM	4.625% купон үнэ	Тэг купон үнэ	Купон % Δ	Тэг % Δ
—	4.625%	100.000	25.759	—	—
+100 bps	5.625%	85.665	19.364	–14.34%	**–24.83%**
–100 bps	3.625%	118.107	34.361	+18.11%	**+33.39%**

ТАЙЛБАР

Тэг купонтой бондын YTM-д үнийн өөрчлөлт нь 4.625% купонтой бондтой харьцуулахад бараг хоёр дахин их. Энэ бол купоны нөлөөний хамгийн цэвэр жишээ. Тэг купонтой бондын $PV = 100/(1.05625)^{30} = 19.364$.

КУПОНЫ НӨЛӨӨНИЙ ИНТУИЦИ

Купон бага бол хөрөнгө оруулагч урт хугацаа хүлээх ёстой → ирээдүйн их төлбөр илүү дисконтлагдана → YTM-д илүү мэдрэг. Энэ нь Modified Duration хэмээх хэмжүүрийн анхны логик.

2В. Хугацааны нөлөө

Бусад нөхцөл тэнцүү бол **урт хугацаатай бонд** YTM-ийн өөрчлөлтөд **илүү мэдрэг** байна. Шалтгаан: Eq. 2 дахь N том бол алс ирээдүйн төлбөрийн дискантын $(1+r)^N$ илүү хүчтэй өсөж/буурна. Купоны нөлөөтэй ижил математик логик.

ЖИШЭЭ 9 · 30 ЖИЛИЙН БА 10 ЖИЛИЙН БОНДЫН ХАРЬЦУУЛАЛТ

Нөхцөл: Bond A (30 жил, 1.5% жилийн купон, par); Bond B (10 жил, 1.5% жилийн купон, par). Хоёулаа par = 100. YTM ±100 bps өөрчлөгдвөл үнэ ямар хувиар өөрчлөгдөх вэ?

	30 жил (A)	10 жил (B)
YTM анх	1.5%	1.5%
Үнэ анх	100.00	100.00
+100 bps → YTM 2.5%	79.07	91.25
% өөрчлөлт	**–20.93%**	–8.75%
–100 bps → YTM 0.5%	127.79	109.73
% өөрчлөлт	**+27.79%**	+9.73%

ТАЙЛБАР

30 жилийн бондын үнийн өөрчлөлт 10 жилийнхээс ойролцоогоор 2.4 дахин их. Бас YTM ижил хэмжээгээр буурахад үнэ *илүү их* өсдөг (+27.79%) ч өсөхөд *бага* унадаг (–20.93%) — энэ нь convexity-ийн нөлөө юм.

ХУГАЦААНЫ НӨЛӨӨНИЙ ОНЦГОЙ ТОХИОЛДОЛ

Дотогшоо алхам ховор тохиолддог: **бага купонтой** (тэг биш), **урт хугацаатай**, **дисконттой** арилжаалагдаж буй бондын хувьд *хугацааны нөлөө буцаж* ажиллаж болзошгүй. Practical жишээ ховор ч CFA шалгалтанд нэг сонголт болж гарч ирдэг тул санах хэрэгтэй. Тэг купонтой бонд эсвэл par/premium-аар арилжаалагдаж буй бондуудад хугацааны нөлөө **үргэлж** биелдэг.

2Г. Constant-yield price trajectory ба pull-to-par

YTM өөрчлөгдөхгүй ч цаг хугацаа өнгөрөх тусам бондын үнэ *par-руу зөөж* байдаг — энэ үзэгдлийг **"pull to par"** гэж нэрлэдэг. Дуусах хугацаа ойртох тутам Eq. 2 дахь N багасан, бонд бүх ирээдүйн купон ба үндсэн төлбөрийн нийлбэрт ойртоно.

- **Дисконттой бонд** (купон < YTM): үнэ цаг хугацааны турш *дээшилнэ*, дуусах хугацаанд par хүрнэ.
- **Premium бонд** (купон > YTM): үнэ цаг хугацааны турш *буурна*, дуусахад par хүрнэ.
- **Par бонд** (купон = YTM): үнэ цаг хугацааны турш par хэвээр үлдэнэ.

ЖИШЭЭ 10 · 10 ЖИЛИЙН 2% БА 8% КУПОН БОНДЫН PULL-TO-PAR

Нөхцөл: Хоёулаа 10 жилийн хугацаатай. YTM үргэлж 5%. Жилийн купон: 2% (дисконт) ба 8% (premium).

Жил	Үлдсэн N	2% купон үнэ	8% купон үнэ
0	10	76.835	123.165
3	7	82.628	117.372
5	5	87.013	112.987
7	3	91.829	108.171
10	0	**100.00**	**100.00**

ТАЙЛБАР

2% купонтой бондын үнэ 76.835-аас 100-руу аажмаар өсөж, 8% купонтой бондын үнэ 123.165-аас 100-руу буурч байна. YTM өөрчлөгдөөгүй ч "pull to par" хүчтэй ажиллаж байна. Энэ нь дисконттой бондын *амортизация*, premium-ын *амортизация* хэмээх ойлголтын математик үндэс.

2Д. Convex price–yield хамаарал

Хэрэв бондын үнэ-YTM хамаарал шугаман байсан бол YTM 50 bps буурахад үнэ ижил хувь өсөж, 50 bps өсөхөд ижил хувь буурах ёстой. Гэвч **тийм биш** — үнэ-YTM хамаарал нь *convex* (хотгор муруй). Үүний цэвэр нөлөө:

CONVEXITY-ИЙН ҮНДСЭН ДҮРЭМ

- YTM ижил хэмжээгээр буурахад үнэ **илүү их** өсдөг (% утгаар).
- YTM ижил хэмжээгээр өсөхөд үнэ **бага** буурдаг (% утгаар).
- Тиймээс convexity нь хөрөнгө оруулагчдад *таалагддаг* шинж — позитив convexity сайн.

ЖИШЭЭ 11 · BRWA — CONVEXITY-ИЙН МАТЕМАТИК БАТАЛГАА

Нөхцөл: 5 жилийн BRWA бонд, period $r = 1.6\%$ үед par үнэ 100. YTM ±40 bps хөдөлгөө.

YTM өөрчлөлт	Шинэ YTM	Үнэ	% өөрчлөлт
—	1.6%	100.00	—
+40 bps	2.0%	96.41	**–3.59%**
–40 bps	1.2%	103.75	**+3.75%**

ТАЙЛБАР

Адил 40 bps хөдөлгөөнд: үнэ –3.59% буурсан, +3.75% өссөн. **0.16% зөрүү** — энэ бол convexity-ийн "бэлэг". Урт хугацаатай бондын хувьд энэ зөрүү илүү томордог. Convexity-ийг тоон утгаар хэмжих томьёог дараагийн модуль (LM12) дэлгэрэнгүй авч үздэг.

2Е. Эдгээрийн нэгтгэсэн ойлголт

LOS 2-д баримт болгож яваа дөрвөн харьцуулалт нь практикт хэрхэн нэгддэг вэ?

Шинж чанар	Үр нөлөө	Илүү мэдрэг бонд
Купон	Бага купон → илүү volatile	Тэг купон, дискаунт бонд
Хугацаа	Урт хугацаа → илүү volatile	30Y treasuries
Анх YTM	YTM өндөр → волатилитет бага	Бага YTM-тай бонд (Японы JGB) илүү мэдрэг
Convexity	Convexity их → ассимметри сайн	Урт хугацаатай, бага купонтой

НЭГТГЭН ДҮГНЭХҮЙ

- YTM өсөхөд бондын үнэ *үргэлж* буурна (урвуу хамаарал).
- Купон бага бол үнийн өөрчлөлт *илүү* мэдрэг.
- Хугацаа урт бол үнийн өөрчлөлт *илүү* мэдрэг (бараг үргэлж).
- YTM өөрчлөгдөөгүй ч дисконт ба premium бондууд *par-руу* татагддаг.

- Үнэ-ҮТМ хамаарал convex — буурах өгөөж > өсөх алдагдал.

LOS 2 — Үнэ ↔ YTM хамаарлын дасгал

ДАСГАЛ БОДЛОГО · LOS 2

Бодлого 1. Купонгүй бус, тогтмол купонтой бондын анх үнэ 106.0625, YTM = 2.8%. Хэрэв YTM мөнхөт 80 bps өсвөл үнэ 11%-аар *буурна*. YTM мөнхөт 80 bps буурвал үнэ ямар хувиар өснө вэ?

A. 11%-аас бага B. яг 11% C. 11%-аас их

ШИЙДЭЛ — ХАРИУЛТ C

Convex хамаарлаас хамааран YTM ижил хэмжээгээр буурахад үнийн өсөлт нь YTM өсөхөд гарах үнийн уналтаас **үргэлж их** байна. Энэ ассиметри нь convexity-ийн математик үр дүн. A нь шугаман хамаарлыг (convexity-гүй) илэрхийлэх ба буруу. B нь шугаман хамаарал — мөн буруу.

Бодлого 2. Хугацааны нөлөөнд (maturity effect) онцгой тохиолдол гарах бонд нь:

A. урт хугацаатай, бага купонтой, дисконттой B. богино хугацаатай, өндөр купонтой, дисконттой C. урт хугацаатай, өндөр купонтой, premium-тай

ШИЙДЭЛ — ХАРИУЛТ A

Хугацааны нөлөөнд оруулга гэдэг нь "урт хугацаа → үнийн өөрчлөлт их" дүрэм *зөрчигдөх* ховор тохиолдол. Энэ нь зөвхөн **бага купонтой (тэг биш)**, **урт хугацаатай**, **дисконттой** бондуудад л үзэгдэнэ. B буруу — богино хугацаа + өндөр купон үед дүрэм биелдэг. C буруу — premium бондод хугацааны нөлөө үргэлж биелнэ.

Бодлого 3. YTM тогтмол үед дуусах хугацаа ойртохын хэрээр:

A. үнэ-YTM хамаарал илүү convex болно B. бага купонтой, дисконттой бондын үнэ өснө C. өндөр купонтой, premium бондын үнэ өснө

ШИЙДЭЛ — ХАРИУЛТ B

Pull-to-par нөлөө: дисконттой бондын үнэ par-руу өсөж байдаг тул дуусах хугацаа ойртох тутам үнэ нэмэгдэнэ. A буруу — convexity нь хугацаа богиносоход ерөнхийдөө *буурдаг*. C буруу — premium бондын үнэ pull-to-par-аар *буурна*, par-руу.

Бодлого 4 (нэмэлт). Шинжээч бондыг доорх томьёогоор үнэлж байна:

$$PV = \frac{3}{(1.0275)^1} + \frac{3}{(1.0275)^2} + \cdots + \frac{103}{(1.0275)^{40}}$$

Бондын үнэ par-тай харьцуулахад хэрхэн байх вэ?

A. 100-аас их B. яг 100 C. 100-аас бага

ШИЙДЭЛ — ХАРИУЛТ A

Период купон $PMT = 3$, период дисконт хүү $r = 2.75\%$. Купон $3 > r = 2.75$ учир бонд premium-аар арилжаалагдана — үнэ par-аас **дээгүүр**. В нь $PMT = r$ бол л хүчинтэй. С нь $PMT < r$ үед — энэ нөхцөлд биш.

3 Matrix pricing — Хүснэгтэн үнэлгээ

describe matrix pricing

3A. Яагаад matrix pricing хэрэгтэй вэ

Хувьцаанаас ялгаатай нь **ихэнх бонд** бол шууд биржээр идэвхтэй арилжаалагддаггүй — тэдгээр нь *over-the-counter (OTC)* зах зээлд, хэдхэн дилерийн дунд хааяа л худалдаалагддаг. Нэг бонд хэдэн долоо хоног, хэдэн сар арилжаалагдахгүй байх энгийн үзэгдэл.

Энэ нь хоёр практик бэрхшээл үүсгэдэг:

- ► Шинээр гарахгүй (newly issued) бондын **зөв үнийг тогтоох** — анхны issuance pricing.
- ► Идэвхгүй (illiquid) бондын **portfolio mark-to-market** — fair value-ыг ажиглах боломжгүй.

Matrix pricing нь идэвхтэй худалдаалагддаг *ижил төстэй* бондуудын ажиглагдсан YTM-уудаас идэвхгүй бондын YTM-ыг тооцоолох арга юм. "Ижил төстэй" гэдэг нь дараах гурван шинж тэнцүү:

ИЖИЛ ТӨСТЭЙ ГЭДЭГ — ГУРВАН ШИНЖ

- **Хугацаа** (time-to-maturity) — ойролцоогоор адил жилтэй.
- **Купоны хүү** (coupon rate) — адил түвшинд.
- **Зээлийн чанар** (credit quality) — ижил үнэлгээтэй (investment grade vs HY гэх мэт).

3Б. Дөрвөн алхамт процесс

Алхам	Үйлдэл
1	Идэвхгүй бондтой адил **хугацаа, купон, чанартай** идэвхтэй худалдаалагддаг ижил төстэй бондуудыг сонгоно.
2	Сонгосон ижил төстэй бонд бүрийн **YTM-ыг тооцож**, хугацаа бүрд дундаж YTM-ыг гаргана.
3	Тооцсон дундаж YTM-уудаас **линейр интерполяц**-аар идэвхгүй бондын хугацаатай таарах YTM-ыг тогтооно.
4	Тооцсон YTM-аар идэвхгүй бондын бүх купон ба үндсэн төлбөрийг **дисконтлоход** Eq. 2-ыг ашиглан үнэ гарна.

ЛИНЕЙР ИНТЕРПОЛЯЦИ — YTM-ЫГ ХООРОНД НЬ ГАРГАХ

$$YTM_X = YTM_A + \frac{N_X - N_A}{N_B - N_A} \times (YTM_B - YTM_A)$$

YTM_A — хугацаа N_A-тай ижил төстэй бондын дундаж YTM

YTM_B — хугацаа N_B-тай ижил төстэй бондын дундаж YTM ($N_A < N_X < N_B$)

> N_X — идэвхгүй бондын хугацаа
>
> Энэ нь хоёр цэгийн хооронд шугаман шилжилтийг таамагласан хялбар интерполяци.

АНХААР — ДЕРИВАТИВ БИШ

Матриц прайсинг нь зөвхөн **идэвхтэй худалдаалагдаж буй ижил төстэй бондуудын** ажиглагдсан үнэ дээр л үндэслэдэг. Үүнийг дериватив (interest rate swap, futures) зах зээлийн quote-уудтай хольж бодохгүй — тэр нь өөр аргачлал. Bloomberg-ийн ихэнх "indicative price"-ууд нь яг энэ matrix pricing арга юм.

3В. Bond X-ийн матриц прайсинг

Жишээ ашиглан матриц прайсингийн алхам бүрийг харуулъя.

ЖИШЭЭ 12 · 3 ЖИЛИЙН ИДЭВХГҮЙ BOND X

Нөхцөл: Шинжээч **3 жилийн, 4% семианнуал купонтой** корпорацийн бонд (Bond X)-ыг үнэлэх ёстой. Bond X сүүлийн үед арилжаалагдаагүй. Шинжээч ижил зээлийн чанартай 4 идэвхтэй худалдаалагддаг бонд олжээ:

Бонд	Хугацаа	Купон (S/A)	Үнэ	YTM
A	2 жил	3.00%	98.500	3.786%
B	2 жил	5.00%	102.250	3.821%
C	5 жил	2.00%	90.250	4.181%
D	5 жил	4.00%	99.125	4.196%

Алхам 2. Хугацаа бүрд дундаж YTM:

$$\bar{YTM}_{2yr} = \frac{0.03786 + 0.03821}{2} = 3.8035\%$$
$$\bar{YTM}_{5yr} = \frac{0.04181 + 0.04196}{2} = 4.1885\%$$

Алхам 3. Линейр интерполяци (3 жилд):

$$YTM_{3yr} = 0.038035 + \frac{3-2}{5-2} \times (0.041885 - 0.038035) = 0.038035 + 0.001283 = \mathbf{3.932\%}$$

Алхам 4. 3.932% жилийн YTM-аар Bond X-ийг үнэлнэ. Семианнуал учир period $r = 1.9659\%$, $PMT = 2.0$, $N = 6$:

$$PV = \sum_{t=1}^{5} \frac{2.0}{(1.019659)^t} + \frac{102.0}{(1.019659)^6} = \mathbf{100.191}$$

ҮР ДҮН

Bond X-ийн тооцоолсон үнэ ≈ **100.191 per 100 of par value**. Excel-ээр баталгаажуулах: `=YIELD(DATE(2025,10,1), DATE(2028,10,1), 0.04, 100.191, 100, 2, 1) ≈ 3.932%` — буцаж шалгахад YTM = 3.932% яг гарна.

3Г. Хүснэгтэн дүрслэл

Олон хугацаа, олон купонтой бонд харьцуулахад matrix хэлбэрээр зохион байгуулах нь ойлгоход хялбар. Bond X-ийн жишээнд:

	2% купон	3% купон	4% купон	5% купон
2 жил	—	98.500 / 3.786%	—	102.250 / 3.821%

	2% купон	3% купон	4% купон	5% купон
3 жил	—	—	**Bond X → ?**	—
5 жил	90.250 / 4.181%	—	99.125 / 4.196%	—

КУПОНЫ ЭФФЕКТ ЭНЭ ЖИШЭЭНД ЯАГААД ЖИЖИГ ВЭ?

2-р жилийн A (3% купон) ба B (5% купон) бондуудын YTM хоорондын зөрүү ердөө 3.5 bps. Энэ бол маш бага зөрүү — учир нь хоёулаа investment-grade ижил эмитент, ижил хугацаатай, зөвхөн купон нь өөр. Тиймээс дундажлахад буруу гарах эрсдэл бага. Хэрэв купоны зөрүү их эсвэл credit чанар өөр байсан бол дундаж арга илүү анхааралтай хэрэглэх ёстой.

3Д. Үлэмж арилгах: required yield spread

Матриц прайсингийн өөр нэг чухал хэрэглээ нь **шинээр гаргах бондын** required yield spread-ыг тооцоолох. Энэ үед шинжээч идэвхтэй худалдаалагдаж буй ижил эмитентийн өөр бондуудыг ашиглан corporate-government spread-ыг олсон, дараа нь шинэ бондын хугацаатай таарах benchmark government rate-д тэр spread-ыг нэмж шинэ бондын шаардлагатай YTM-ыг тогтоодог.

Энд бондын **yield spread** гэдэг нь:

$$Spread = YTM_{corp} - YTM_{govt}$$

гэж тодорхойлогдох бөгөөд хөрөнгө оруулагч default risk, illiquidity, taxation зэрэг нэмэлт эрсдэлүүдэд нөхөн төлбөр болгож шаардаж буй premium юм.

ЖИШЭЭ 13 · 5 ЖИЛИЙН ШИНЭ КОРПОРАЦИЙН БОНДЫН PRICING

Нөхцөл: Корпораци 5 жилийн шинэ бонд гаргах гэж байна. Уг компани одоогоор **4 жилийн, 3% жилийн купонтой** өр бондтой ба тэр бонд 102.400-аар арилжаалагдаж байна. Засгийн газрын benchmark бондууд: 3-жилийн YTM = 0.75%, 5-жилийн YTM = 1.45%, 4-жилийн benchmark *үгүй*.

Алхам 1. Эхлээд одоо байгаа 4-жилийн корпорацийн бондын YTM-ыг тооцно. $PMT = 3$, $FV = 100$, $N = 4$, $PV = 102.400$:

$$102.400 = \frac{3}{(1+r)^1} + \frac{3}{(1+r)^2} + \frac{3}{(1+r)^3} + \frac{103}{(1+r)^4}$$

Excel: `=YIELD(DATE(2025,10,1), DATE(2029,10,1), 0.03, 102.400, 100, 1) = 2.36%`.

Алхам 2. 4-жилийн засгийн газрын YTM байхгүй учир 3-жил ба 5-жилийн дунджаар тооцно:

$$Y\bar{T}M_{4yr,govt} = \frac{0.75\% + 1.45\%}{2} = 1.10\%$$

Алхам 3. Одоогийн корпорацийн spread тогтооно:

$$\text{Spread}_{corp} = 2.36\% - 1.10\% = \mathbf{126\ bps}$$

ТАЙЛБАР

Шинээр гаргах 5-жилийн бондын required YTM-ийг тогтоохдоо энэ 126 bps spread-ыг 5-жилийн засгийн газрын YTM (1.45%) дээр нэмэх нь reference point болно: $1.45\% + 1.26\% = 2.71\%$. Хэрэв шинжээч 5-жилийн бондын spread бараг ижил түвшинд байхыг хүлээж буй бол энэ нь шинэ бондын pricing-ийн анхдагч таамаг.

MATRIX PRICING-ИЙН ПРАКТИК ХЭРЭГЛЭЭ

- **Bloomberg "BVAL" prices** — өдөр бүр millions of bonds-ийн "indicative" үнэ нь яг матриц прайсингаар тооцогддог.
- **Mutual fund NAV calculation** — ETF, mutual fund-ууд өдөр бүр идэвхгүй бондуудаа matrix-ээр үнэлж portfolio-гийн NAV-ыг тогтоодог.
- **Issuance spread benchmarking** — investment bank-ууд шинэ бондын spread-ыг ижил төстэй issuer-уудын spread-уудаар хэмждэг.

- **Bond ETF rebalancing** — индекс ETF-үүд тогтсон композицоо matrix прайсинг ашиглан tracking error бага байхаар тэнцвэржүүлдэг.

ХЯЗГААРЛАЛТ

Matrix pricing нь зөвхөн **ажиглагдсан зах зээлийн өгөгдөл**-ийг ашигладаг тул хямралын үед — спрэдүүд гэнэт ширэвлэх, идэвхтэй худалдаалагдаж буй comparable бондуудын олдоц багасах үед — нарийвчлал муудна. Энэ үед шинжээч fundamental valuation (DCF, Z-spread, OAS) рүү шилжих ёстой.

LOS 3 — Matrix pricing-ийн дасгал

ДАСГАЛ БОДЛОГО · LOS 3

Бодлого 1. Bloomberg-ийн ихэнх корпорацийн бондын зарласан үнэ нь:

A. Үнэндээ сүүлийн арилжаагаар бодсон үнэ юм B. Matrix pricing аргаар тооцсон indicative үнэ юм C. Эмитентээс шууд гаргасан price quote юм

ШИЙДЭЛ — ХАРИУЛТ B

Ихэнх бонд хаяа л арилжаалагддаг тул Bloomberg-ийн харагдах үнэ нь идэвхтэй худалдаалагддаг ижил төстэй бондуудаас матриц прайсингаар тооцсон indicative quote юм. A нь буруу — ихэнх бондын сүүлийн арилжаа хэдхэн долоо хоногийн өмнө байж болно. C нь буруу — эмитентүүд хоёрдогч зах зээлд шууд quote оруулдаггүй.

Бодлого 2. Шинжээч 4-жилийн, 4.5% жилийн купонтой идэвхгүй корпорацийн бондын үнийг тогтоох гэж байна. Ижил зээлийн чанартай хоёр бонд:

- 3-жилийн, 5.5% жилийн купонтой, үнэ 107.500
- 5-жилийн, 4.5% жилийн купонтой, үнэ 104.750

Идэвхгүй бондын тооцоолсон үнэ хамгийн ойр нь юу вэ?

A. 103.895 B. 104.991 C. 106.125

ШИЙДЭЛ — ХАРИУЛТ B

Алхам 1. Хоёр бондын YTM-ыг гаргах:

3-жилийн: $107.500 = 5.5/(1+r) + 5.5/(1+r)^2 + 105.5/(1+r)^3 \Rightarrow r = 2.856\%$

5-жилийн: $104.750 = 4.5/(1+r) + \cdots + 104.5/(1+r)^5 \Rightarrow r = 3.449\%$

Алхам 2. Дундаж 4-жилийн YTM:

$$Y\bar{T}M_{4yr} = \frac{0.02856 + 0.03449}{2} = 3.153\%$$

Алхам 3. 3.153% YTM-аар үнэлэх:

$$PV = \frac{4.5}{(1.03153)^1} + \frac{4.5}{(1.03153)^2} + \frac{4.5}{(1.03153)^3} + \frac{104.5}{(1.03153)^4} = \mathbf{104.991}$$

Бодлого 3. Matrix pricing арга нь идэвхгүй бондтой comparable байх гэж **гурван** үндсэн шинжийг шалгадаг. Эдгээр нь юу вэ?

A. Хугацаа · купоны хүү · зээлийн чанар B. Хугацаа · валют · хөрвөх чадвар C. Эмитент · купоны давтамж · ABS structure

ШИЙДЭЛ — ХАРИУЛТ A

Гурван үндсэн шинж: (1) **time-to-maturity**, (2) **coupon rate**, (3) **credit quality**. B-ийн валют ба хөрвөх чадвар нь чухал хүчин зүйлс ч anti-arbitrage-ийн үндсэн critereia биш. C-ийн эмитент нь бүр хатуу нөхцөл — практикт олон эмитентийн бондуудаас сонгож матриц угсардаг.

Cheat Sheet

Шалгалтын өмнө 5 минут — энэ хуудас уншвал бондын үнэлгээний бүх томьёо санагдана. Хэвлээд кофены аяганы дэргэд тавиарай.

📐 Үнэлгээний үндсэн томьёонууд

КУПОНЫ ӨНӨӨГИЙН УТГА

$$PV(\text{coupon}) = \frac{PMT}{(1+r)^t}$$

БОНДЫН ЕРӨНХИЙ ҮНЭ

$$PV = \sum_{t=1}^{N} \frac{PMT_t}{(1+r)^t} + \frac{FV}{(1+r)^N}$$

СЕМИАННУАЛ ТОХИРУУЛГА

$$r = \frac{\text{annual}}{2}, \quad N = \text{years} \times 2$$

ТЭГ КУПОНТОЙ БОНДЫН ҮНЭ

$$PV = \frac{FV}{(1+r)^N}$$

ТЭГ КУПОНТОЙ YTM

$$r = \left(\frac{FV}{PV}\right)^{1/N} - 1$$

YTM = IRR

$$\textstyle\sum_{t=1}^{N} \frac{CF_t}{(1+YTM)^t} = PV_{\text{market}}$$

🗓️ Купон хооронд ба day count

FULL = FLAT + AI

$$PV_{Full} = PV_{Flat} + AI$$

ACCRUED INTEREST

$$AI = \frac{t}{T} \times PMT$$

FULL PRICE (ХООРОНД)

$$PV_{Full} = PV \times (1+r)^{t/T}$$

FLAT PRICE

$$PV_{Flat} = PV_{Full} - AI$$

30/360 DAY COUNT

30 хоног/сар, 360 хоног/жил — корпорацийн

ACTUAL/ACTUAL

Бодит хоног — засгийн газрын

⚖️ Үнэ × купон × YTM харьцаа

PAR

$$PMT = r \Rightarrow PV = FV$$

ДИСКОНТ

$$PMT < r \Rightarrow PV < FV$$

PREMIUM

$$PMT > r \Rightarrow PV > FV$$

УРВУУ ХАМААРАЛ

$$r \uparrow \Rightarrow PV \downarrow$$

КУПОНЫ НӨЛӨӨ

Бага купон → үнэ илүү volatile

ХУГАЦААНЫ НӨЛӨӨ

Урт хугацаа → үнэ илүү volatile

PULL-TO-PAR

CONVEXITY

Дискаунт ↑ par; premium ↓ par

Үнэ ↑ > |Үнэ ↓| ижил YTM өөрчлөлтөд

🔍 Matrix pricing

ЛИНЕЙР ИНТЕРПОЛЯЦИ

$$YTM_X = YTM_A + \frac{N_X - N_A}{N_B - N_A}(YTM_B - YTM_A)$$

COMPARABLE ШИНЖ

Хугацаа · купон · зээлийн чанар

REQUIRED SPREAD

$$YTM_{corp} - YTM_{govt}$$

ISSUANCE YTM

$$YTM_{benchmark} + \text{Spread}$$

💻 Excel-ийн гол функцууд

ҮНЭ (КУПОНЫ ӨДӨР)

`=-PV(rate, nper, pmt, FV, type)`

FLAT PRICE

`=PRICE(settle, mat, rate, yield, redemp, freq, basis)`

YTM

`=YIELD(settle, mat, rate, pr, redemp, freq, basis)`

BASIS

0=30/360, 1=actual/actual, 2=actual/360, 3=actual/365

🌳 Бондын үнэлгээний шийдвэрийн мод

1. Юу мэдэгдэж буй вэ?

- YTM, купон, FV, N мэдэгдэнэ → Eq. 2-аар **үнийг** тооц
- Үнэ, купон, FV, N мэдэгдэнэ → IRR-аар **YTM-ыг** тооц (Excel YIELD)

2. Купоны өдөр дээр үү, хооронд уу?

- Купоны өдөр → Eq. 2 шууд
- Хооронд → t, T тоол, day count тогтоо, Eq. 6: $PV \times (1+r)^{t/T}$

3. Quote вэ, төлбөр үү?

- Дилерийн quote = **flat price** (PRICE функц)
- Худалдан авагч төлсөн = **full price** (PV функц + (1+r)^(t/T))
- AI = (t/T) × PMT нэмж, хасч хооронд нь шилжүүл

4. Үнэ par-тай харьцуулахад?

- PMT = r → par
- PMT < r → дисконт (PV < FV)
- PMT > r → premium (PV > FV)

5. YTM өөрчлөгдвөл үнийн мэдрэг чанар хэр их вэ?

- Бага купон → их мэдрэг (тэг купонтой бонд хамгийн их)
- Урт хугацаа → их мэдрэг
- Convex учир YTM ↓ үед үнэ илүү их өснө

6. Идэвхгүй бонд → matrix pricing

- Comparable бонд олох (хугацаа, купон, чанар)
- Дундаж YTM-уудыг линейр интерполяц
- Тооцсон YTM-аар Eq. 2 хэрэгжүүлж үнэ гаргах

📋 3 LOS-ийн нэг өгүүлбэрийн хураангуй

LOS	Гол санаа
1	Бондын үнэ нь **discounted cash flow** юм. Купоны өдөр дээр $PV = \sum PMT/(1+r)^t + FV/(1+r)^N$. Купоны өдрүүдийн хооронд бол $PV_{Full} = PV \times (1+r)^{t/T}$, $AI = (t/T) \times PMT$, $PV_{Flat} = PV_{Full} - AI$. **YTM** бол энэ тэгшитгэлийг үнэтэй тэнцүүлэх IRR ба эзэмшигчийн өгөөж YTM-тай тэнцэхийн тулд (1) hold to maturity, (2) no default, (3) coupon-уудыг ижил YTM-аар reinvest гэх 3 нөхцөл биелэх ёстой.
2	YTM ↔ үнэ **урвуу** хамааралтай. **Бага купон, урт хугацаа** → үнэ илүү volatile. **Pull-to-par:** YTM тогтмол үед дискаунт өснө, premium буурна, par бонд par-аар үлдэнэ. **Convexity:** YTM-ийн адил хэмжээний өөрчлөлт үед үнэ илүү их өсч, бага буурдаг — convex price–yield curve.
3	**Matrix pricing** нь идэвхгүй буюу шинээр гарах бондыг идэвхтэй худалдаалагддаг ижил төстэй (хугацаа, купон, зээлийн чанар адил) бондуудын YTM-уудаас интерполяциар тооцоолох арга юм. 4

LOS	Гол санаа
	алхам: (1) comparable сонгох, (2) тус бүрийн YTM, (3) линейр интерполяци, (4) Eq. 2-оор үнэ. Bloomberg-ийн "indicative" prices-ийн ихэнх нь ийм аргаар үүсдэг.

ШАЛГАЛТЫН ӨМНӨ 3 ЭЦСИЙН ЗӨВЛӨМЖ

- **Семианнуал бол period-ыг марталгүй:** жилийн купон 4% бол $PMT = 2$, жилийн YTM 5% бол $r = 2.5\%$, нийт period $N =$ жил × 2.
- **Flat vs full price ялгаа онцгой чухал:** Дилерийн quote үргэлж *flat*; худалдан авагчийн төлбөр үргэлж *full*. AI хооронд нь холбоно.
- **Convexity-ийг "ассимметри" гэж сан:** YTM ижил хэмжээгээр өсөхөд үнэ X% буурвал, ижил хэмжээгээр буурахад үнэ *Y > X%* өснө.

Нэр томьёо

Англи нэр томьёо ↔ монгол орчуулга, тайлбар.

English	Монгол	Тайлбар
Bond valuation	бондын үнэлгээ	Бондын үнийг ирээдүйн мөнгөн урсгалын PV-ээр тооцох процесс
Discounted cash flow (DCF)	дисконтлогдсон мөнгөн урсгал	Ирээдүйн мөнгөн урсгалуудыг өнөөгийн утгад хөрвүүлэх ерөнхий зарчим
Market discount rate	зах зээлийн дисконт хүү	Хөрөнгө оруулагчдын тухайн бондын эрсдэлд тохирсон шаардлагатай өгөөж
Required yield	шаардлагатай өгөөж	Зах зээлийн дисконт хүүтэй адил утгатай нэр томьёо
Yield-to-maturity (YTM)	дуусах хугацаа хүртэлх өгөөж	Бондын IRR; бүх ирээдүйн мөнгөн урсгалын PV-ийг үнэтэй тэнцүүлэх дисконт хүү
Promised yield	амласан өгөөж	YTM-ийн өөр нэр; default үгүй, hold to maturity, reinvestment гэсэн нөхцөлд биелэх өгөөж
Coupon rate	купоны хүү	Бондын жилийн купон төлбөр / нэрэлсэн утга
Coupon payment (PMT)	купоны төлбөр	Тогтмол купонтой бондын тогтсон периодик төлбөр
Face value / Par value (FV)	нэрэлсэн утга	Бондын дуусах хугацаанд төлөгдөх үндсэн төлбөр (ихэнхдээ 100)
Time-to-maturity (N)	дуусах хугацаа хүртэл	Тооцооны өдрөөс эцсийн төлбөр хүртэлх period-ийн тоо
Par bond	par бонд	$PMT = r$ үед үнэ нь нэрэлсэн утгатай тэнцүү ($PV = FV$)
Discount bond	дисконт бонд	$PMT < r$ үед үнэ нь нэрэлсэн утгаас бага ($PV < FV$)
Premium bond	premium бонд	$PMT > r$ үед үнэ нь нэрэлсэн утгаас их ($PV > FV$)
Zero-coupon bond	тэг купонтой бонд	Купонгүй, зөвхөн дуусахдаа нэрэлсэн утга төлдөг бонд
Internal rate of return (IRR)	дотоод өгөөжийн хувь	NPV = 0 болгох дисконт хүү; YTM нь IRR-ийн нэг хэрэглээ юм

English	Монгол	Тайлбар
Flat price	flat price / "цэвэр" үнэ	Дилерийн зарласан quote үнэ — full price-аас accrued interest хасагдсан
Full price	full price / "бохир" үнэ	Худалдан авагч seller-д төлдөг бодит үнэ; "dirty" буюу "invoice" price ч гэдэг
Accrued interest (AI)	хуримтлагдсан хүү	Өмнөх купоны өдрөөс хойш huримтлагдсан, seller-д өгөх купоны хувь
Day count convention	хоног тоолох конвенци	Купон хооронд t, T-г хэрхэн тоолохыг тогтоох дүрэм
30/360 day count	30/360 конвенци	Сар бүр 30 хоног, жил 360 хоног — корпорацийн бондод түгээмэл
Actual/actual day count	actual/actual конвенци	Бодит хоногийн тоо — засгийн газрын бондод түгээмэл
Actual/360	actual/360 конвенци	Бодит хоног / 360 — money market хэрэгслүүдэд
Coupon date	купоны өдөр	Купон төлөгдөх товлогдсон огноо
Settlement date	settlement өдөр	Худалдан авагч төлбөрөө хийж, seller бондыг шилжүүлэх өдөр
Periodicity	периодик байдал	Купон төлөгдөх давтамж: жилд 1 (annual), 2 (semiannual), 4 (quarterly)
Inverse relationship	урвуу хамаарал	YTM ↑ ⇒ үнэ ↓; YTM ↓ ⇒ үнэ ↑
Coupon effect	купоны нөлөө	Бага купонтой бонд YTM-ийн өөрчлөлтөд илүү мэдрэг
Maturity effect	хугацааны нөлөө	Урт хугацаатай бонд YTM-ийн өөрчлөлтөд илүү мэдрэг (бараг үргэлж)
Pull-to-par	par-руу татагдалт	YTM өөрчлөгдөөгүй ч цаг хугацаа өнгөрөхөд үнэ par-руу шилжих үзэгдэл
Constant-yield price trajectory	тогтмол YTM-ийн үнийн зам	YTM тогтмол үед бондын үнэ цаг хугацааны турш хэрхэн өөрчлөгддөгийг харуулсан зам
Convexity	convexity / гүдгэр шинж	Үнэ-YTM хамаарал нь шугаман биш, convex (хотгор муруй); YTM ижил өөрчлөлтөд үнэ ↑ > |үнэ ↓|
Matrix pricing	матриц прайсинг	Идэвхгүй бондын үнийг ижил төстэй идэвхтэй худалдаалагддаг бондуудаас тооцох арга
Linear interpolation	линейр интерполяци	Хоёр мэдэгдэх цэгийн хооронд шугаман шилжилт таамаглаж дунд утгыг гаргах арга
Yield spread	өгөөжийн зөрүү	Корпорацийн бонд ба ижил хугацаатай засгийн газрын бондын YTM-ийн зөрүү

English	Монгол	Тайлбар
Benchmark rate	benchmark хүү	Засгийн газрын ижил хугацаатай бондын YTM (риск багатай нөхцөл)
Comparable bond	ижил төстэй бонд	Хугацаа, купон, зээлийн чанарын хувьд адил бонд
Indicative price	indicative үнэ	Идэвхгүй бондын Bloomberg-д харагдах тооцоологдсон үнэ; ихэвчлэн matrix pricing-аас гарсан
Negative yield	сөрөг өгөөж	YTM < 0; зарим European, Japanese sovereign бондуудад 2012-2022 онд элбэг байсан
Reinvestment risk	дахин хөрөнгө оруулалтын эрсдэл	Купонуудыг анхны YTM-аас өөр хүүгээр reinvest хийх эрсдэл

LEARNING MODULE 6 ТӨГСӨВ

Дараагийн модуль: Yield and Yield Spread Measures for Fixed-Rate Bonds